

I-Exercices:

1- Montrer que $\frac{(1+i)(1-i\sqrt{3})}{(2-2i)(-\sqrt{3}+i)} = \frac{1}{2} e^{-i(\frac{2\pi}{3})}$

2- Montrer que si $z = 1 - i + 2e^{i\theta}$ où θ est un variable réel alors le point $M(z)$ se déplace sur un cercle fixe de centre le point $A(1, -1)$.

3- Montrer que $(-1+i)^{100}$ est un nombre réel négatif.

4- z est un nombre complexe différent de -1 et 3 , montrer que si $|z-1|=2$ alors le nombre $\frac{z-3}{z+1}$ est imaginaire pur.

II- On donne le nombre complexe $z = \frac{(\sqrt{3}+3i)(3-3i)}{(-1-i\sqrt{3})(\sqrt{3}+i)}$

1- Ecrire z sous forme algébrique.

2- Calculer le module et un argument de chaque facteur.

3- Dédire la forme trigonométrique de z .

4- Dédire les valeurs de $\cos(\frac{7\pi}{12})$ et $\sin(\frac{7\pi}{12})$.

III- Dans le plan complexe on donne les points $A(i)$, $B(-1)$, $M(z)$ et $M'(z')$

Où $z' = \frac{2 \cdot i - z}{z - i}$, avec $z \neq i$.

1- Montrer que $z' \neq -1$.

2- Ecrire z' sous forme exponentielle si $z = \frac{-2}{5} + \frac{1}{5}i$

3- a- Vérifier que $z'+1 = \frac{2}{z-i}$

b- Dédire que si M varie sur le cercle de centre A de rayon 2 , alors M' se déplace sur un cercle de centre B .

4- on donne $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$

a- Montrer que $x' = \frac{2x + 2y - x^2 - y^2 - 1}{x^2 + (y-1)^2}$ et $y' = \frac{2 - 2y}{x^2 + (y-1)^2}$

b- Dédire que si M' varie sur l'axe réel, M varie sur une droite privée d'un point. (on donne une équation de cette droite).

IV- Dans le plan complexe on donne les points $A(2-i)$, $M(z)$ et $M'(z')$

où $z' = iz + 1 - 3i$.

1- Calculer z sous forme algébrique si $z' = z$.

2- Vérifier que $z' - 2 + i = i(z - 2 + i)$

3- Montrer que lorsque $z' \neq z$, le triangle AMM' est rectangle isocèle en A .